Augusto de Abreu Pires (*)

Algumas situações lógicas

(*) Mestre em Ciências da Computação e Matemática Computacional pelo Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos, da Universidade de São Paulo - USP. Professor da Universidade de Sorocaba - UNISO. Professor da Faculdade de Processamento de Dados do Instituto Superior de Ensino Sorocabano.

RESUMO

Este artigo é destinado principalmente a pessoas que possuam pouco ou nenhum conhecimento em lógica matemática. Nele o autor procura através de exemplos, relacionar conceitos da lógica matemática, sem introduzi-los formalmente, com algumas situações do cotidiano, tentando esclarecer tais situações, do ponto de vista lógico.

ABSTRACT

This article is adressed specially to those who have little or no knowledge of Mathematical Logic. Through examples, the author tries to relate concepts of Mathematical Logic to some everyday life situations, attempting to explain these situations under a logical viewpoint without formally introducing these concepts.

1. Introdução:

Este artigo é destinado principalmente a pessoas que possuam pouco ou nenhum conhecimento em lógica matemática. Neste pequeno texto introduziremos informalmente alguns conceitos da lógica matemática para esclarecer algumas situações quotidianas. Vamos refletir sobre a seguinte situação: provavelmente o leitor já deve ter ouvido a seguinte frase:

"Sorte no jogo, azar no amor".

Sem pensarmos no valor veritativo de tal frase, seria esta equivalente a azar no jogo, sorte no amor?

Confesso que, por muitas vezes, ouvi leigos em lógica defender tal ponto de vista. A resposta é *não*; o porquê veremos na próxima seção.

2. Alguns conceitos preliminares:

Devido ao enfoque deste texto introduziremos nele apenas alguns conceitos teóricos, algumas vezes devidamente adaptados à ocasião, que serão indispensáveis para o seu desenvolvimento.

Primeiramente vamos introduzir os *conectivos lógicos*, $\neg$(negação (não)), $\wedge$ (conjunção (... e ...)), $\vee$ (disjunção (... ou ...)), $\rightarrow$ (condicional (se ... então ...)), e $\leftrightarrow$ (bicondicional (... se e somente se ...)), e o conceito de proposição, onde, para nós, *proposição* será toda expressão, matemática ou não, que possua um sentido completo, isto é, toda expressão sobre a qual se possa afirmar se o seu conteúdo é verdadeiro ou falso. Denotaremos as proposições por letras maiúsculas do alfabeto. Por exemplo, a expressão "$2+2=4$" é uma proposição, já a expressão "talvez chova hoje" não será considerada por nós como proposição. Assim podemos dizer, seja A representando a proposição "$2+2=4$" e assim, sempre que citarmos A, estamos nos referindo à proposição "$2+2=4$".

Outro conceito que nos será bastante útil é o de fórmula.

Definimos como *fórmula* qualquer expressão construída com proposições pela aplicação de um número finito de conectivos, satisfazendo:

1) toda proposição sozinha é fórmula;

2) se A e B são fórmulas, então $\neg A$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, e $(A \leftrightarrow B)$ também são fórmulas;

3) somente são fórmulas as expressões que são determinadas por meio das condições 1) e 2).

Notação: usaremos, por comodidade, a mesma notação de proposição quando quisermos nos referir a uma fórmula, isto é, as letras maiúsculas do alfabeto.

Ainda, dizemos que duas fórmulas são *logicamente equivalentes* quando estas exprimem a mesma situação.

Finalizando, gostaríamos de lembrar que, neste artigo, não estamos interessados no valor veritativo das proposições e fórmulas, mas sim no seu significado, e que não nos preocuparemos com as demonstrações dos resultados que neste artigo serão citados, mas lembramos que estas podem ser encontradas na maioria dos livros de lógica matemática, como sugestão indicamos [1], [2], [3] e [4].

3. Algumas situações quotidianas e a lógica:

Para iniciarmos este tópico, vamos voltar ao exemplo citado na introdução. Reescrevendo a expressão "sorte no jogo, azar no amor", de maneira mais formal obtemos "*se* você está com sorte no jogo, <u>então</u> você está com azar no amor". Vamos então representar a proposição "você está com sorte no jogo" por A e a proposição "você está com sorte no amor" por B, assim a fórmula $(A \rightarrow B)$ representaria "<u>se</u> você está com sorte no jogo, *então* você está com azar no amor", e observe que o conectivo aqui utilizado foi o condicional. Da teoria da lógica matemática temos que, se A e B são proposições, então a fórmula $(A \rightarrow B)$ é logicamente equivalente, entre outras, à fórmula $(\neg B \rightarrow \neg A)$ e não é logicamente equivalente à fórmula $(\neg A \rightarrow \neg B)$. Assim, dizer "se você está com sorte no jogo, então você está com azar no amor", é mesmo que dizer "se você está com sorte no amor, então você está com azar no jogo" mas não é o mesmo que dizer "se você está com azar no jogo, então você está com sorte no amor", ou seja, dizer

sorte no jogo, azar no amor

é equivalente a dizer

sorte no amor, azar no jogo,

mas não equivale a dizer

azar no jogo, sorte no amor.

Outra situação em que fica bastante clara esta equivalência é a seguinte: seja A representando "eu saí na chuva" e seja B representando "eu me molhei", assim a fórmula $(A \rightarrow B)$ representaria "se eu saí na chuva, então eu me molhei", e a fórmula $(\neg B \rightarrow \neg A)$ representaria "se eu não me molhei, então eu não saí na chuva" e, finalmente, a fórmula $(\neg A \rightarrow \neg B)$ representaria "se eu não saí na chuva então eu não me molhei". Aqui é bastante claro que as expressões "se eu saí na chuva então eu me molhei", e "se eu não me molhei, então eu não saí na chuva" representam a mesma situação, a saber: se eu saio na chuva, eu me molho. Observe agora a terceira expressão, "se eu não saí na chuva, então eu não me molhei", esta última não é equivalente a nenhuma das duas anteriores, pois eu posso não sair na chuva e me molhar.

Uma segunda situação, bastante interessante, é a seguinte. Da lógica matemática temos que, se A e B são proposições, então a fórmula $\neg(A \wedge B)$ é logicamente equivalente, entre outras, à fórmula $(\neg A \vee \neg B)$, mas não é logicamente equivalente à fórmula $(\neg A \wedge \neg B)$. Analisemos a seguinte situação. Seja A representando a expressão "o gelo é frio" e seja B representando a expressão "o gelo é quente". Nestas condições a fórmula $\neg(A \wedge B)$ representaria "*não é verdade que* o gelo é frio e o gelo é quente", ou ainda, "*não é verdade que* o gelo é frio e quente", e observe que, nestas frases, estamos dizendo que não ocorrem as duas situações simultaneamente, ou seja, pode ocorrer somente a primeira situação, ou somente a segunda situação, ou ainda nenhuma delas, e qualquer uma destas ocorrências pode ser traduzida por "o gelo não é frio ou o gelo não é quente" e esta expressão é representada por $(\neg A \vee \neg B)$. Observe que a fórmula $(\neg A \wedge \neg B)$ representa a expressão "o gelo não é frio e o gelo não é quente", que obviamente não representa a mesma situação da fórmula $\neg(A \wedge B)$.

Uma terceira situação, bastante interessante, é a seguinte: da lógica matemática temos que, se A e B são proposições, então a fórmula $\neg(A \vee B)$ é logicamente equivalente, entre outras, à fórmula $(\neg A \wedge \neg B)$ mas não é logicamente equivalente à fórmula $(\neg A \vee \neg B)$. Analisemos a seguinte situação: seja A representando a expressão "a neve é verde" e seja B representando a expressão "a neve é azul". Nestas condições, a fórmula $\neg(A \vee B)$ representaria "*não é verdade que* a neve é verde ou que a neve é azul", isto é, "*não é verdade que* a neve é verde *ou* azul", e nestas frases estamos dizendo que a neve não é verde nem azul, ou seja, "a neve não é verde e a neve não é azul" e esta expressão é representada por $(\neg A \wedge \neg B)$. É claro que estas expressões reproduzem a mesma situação, mas observe que a fórmula $(\neg A \vee \neg B)$ representa a expressão "a neve não é verde ou a neve não é azul" que, obviamente, não representa a mesma situação da fórmula $\neg(A \vee B)$.

Estudamos até aqui três situações que envolvem os conectivos negação, conjunção, disjunção e condicional, e são estas as mais usuais no nosso dia-a-dia.

Quanto às situações que envolvem o conectivo bicondicional, faremos um breve comentário. Da teoria da lógica matemática temos que, se A e B são proposições, então a fórmula $(A \leftrightarrow B)$ é logicamente equivalente, entre outras, à fórmula $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$. Para exemplificar, observemos que dizer "o Brasil foi o campeão na copa de 94 *se e somente se* o Brasil ficou em primeiro lugar na classificação" é o mesmo que dizer, "*se* o Brasil foi o campeão na copa de 94, *então* o Brasil ficou em primeiro lugar na classificação e, *se* o Brasil ficou em primeiro lugar na classificação, *então* o Brasil foi campeão na copa de 94".

4. Conclusão:

Esperamos que este artigo ajude o leitor a sanar algumas de suas dúvidas, quanto à lógica de suas frases, caso estas existam, e que as situações aqui citadas sirvam de ponto de partida para um processo contínuo de reflexão, pois constantemente aplicamos a lógica em nosso cotidiano, mesmo sem percebermos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALENCAR FILHO, Edgard de. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 1968.

2. COPI, Irving M. **Introdução à lógica.** São Paulo : Mestre Jou, 1981.

3. DAGHLIAN, Jacob. **Lógica e Algebra de Boole**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1990.

4. MATES, Benson. **Lógica elementar**. São Paulo : Nacional, 1968.